GRUNDLAGEN DER ELEKTROTECHNIK 1

Physikalische Größen

Die Ladung Q

Beginnen wir mit einem Experiment: Ein Glasstab wird mit einem Tuch gerieben und danach berühre man mit ihm eine frei an einem Faden hängende Styroporkugel. Versucht man jetzt ein zweites Mal sich mit dem Stab der Kugel zu nähern, dann weicht sie aus. Wie ist das zu erklären? Woher kommt die Kraft, die die Kugel zur Ablenkung bringt. Beim ersten Berühren kam es zur Übertragung dieser Abstossungsursache, nennen wir sie Ladung, auf die Styroporkugel. Bei der zweiten Näherung ist es dann zu spüren. Eine Art unsichtbares Kraftfeld drückt die Kugel beiseite. Es wird definiert, dass die Linien dieses elektrischen Feldes E entgegen der wirkenden Kraft F verlaufen. Der Zusammenhang zwischen diesen beidenVektorgrößen wird durch die neue Größe Ladung hergestellt:

$$\vec{F}=Q\cdot\vec{E} \qquad (1)$$

Eigenschaften der Ladung, die sich durch weitere Experimente, Fragen an die Natur, erkennen lassen sind:

Die Ladung ist gequantelt. Die nach momentanem Wissensstand kleinste nicht mehr teilbare Größe ist die Ladung eines einzelnen Elektrons:

$$e=1.602\cdot 10^{-19}As \qquad (2)$$

Dieser Wert wird auch als Elementarladung bezeichnet. Mit N = Anzahl der beteiligten Elektronen erhalten wir für die Gesamtladung eines Körpers:

$$Q=N\cdot e \qquad (3)$$

Die Gesamtladung eines homogenen Körpers in der Ausgangslage ist ausgeglichen, d.h. man bekommt zum Beispiel keinen Schlag wenn man einen Block aus Kupfer berührt und es gilt für solch einen homogenen Körper:

$$Q_{++'}=Q_{--'} \qquad (4)$$

Erst durch das Reiben des Stabes im obigen Versuch kommt es zur Beendigung dieses Gleichgewichtes und damit zur Entstehung des Kraftfeldes zwischen den zwei Körpern. Es wird definiert:

Gleichnamige Ladungen also + / + oder – / - stossen sich ab, verschiedene Ladungen + / - ziehen sich an.

In Leiterwerkstoffen können die Elektronen der äußeren Atomschale das Atom leicht verlassen und sich als eine Art Elektronengaswolke frei durch das aus den Atomkernen gebildete Gitter hindurchbewegen. Sie stehen somit zum Ladungstransfer zur Verfügung. Valenz- und Leiterband liegen von Natur aus ineinander.

Im Nichtleiter hingegen sind die äußeren Elektronen des Atoms zu fest an dieses gebunden und somit kann kein Ladungstransport stattfinden. Der Abstand zwischen Valenz- und Leiterband ist einfach zu groß.Bei Halbleitern besteht ein statistisches Gleichgewicht zwischen Kombinationen (Elektron macht sich frei vom Atom und hinterlässt einen pos. geladenen Atomkern) und Rekombinationen (freies Elektron wird wieder aufgenommen vom positiv geladenen Atom=Ion, dem das Elektron zum Ausgleich fehlte).

Die Häufigkeit dieser Vorgänge ist stark temperaturabhängig. Der Abstand zwischen Valenz- und Leiterband verändert sich mit der Temperatur. Mal fallen sie ineinander, wenn der Werkstoff warm genug ist, mal sind sie getrennt, wenn der Werkstoff abkühlt.

Die Leitfähigkeit von Halbleitern steigt deshalb mit der Temperatur an.

Der Strom I

Im Leiterwerkstoff kann sich über die Elektronengaswolke transportiert die Ladung örtlich verschieben. Ursache und Antrieb für die stattfindende Ladungsverschiebung also den Strom ist die elektrische Spannung.

Eine Ladung Q, die einen Leiterquerschnitt senkrecht zur Bewegungsrichtung in einer bestimmten Zeit passiert wird als Strom I definiert:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad (5)$$

Für einen genauen zeitlichen Momentanwert ist eine Grenzwertbildung erforderlich:

$$\lim_{\Delta t \to 0} I = \frac{dQ}{dt} \qquad (6)$$

Wichtige Eigenschaften des Stromes sind:

- Kein Strom ohne Magnetfeld:

$$\vec{I} = \oint \vec{H}\, dr \qquad (7)$$

- Strom ist mit Wärmebildung verbunden
- Strom kann mit Stofftransport verbunden sein z.B. bei Ionenbewegung im Elektrolyt
- Strom kann man nicht sehen, jedoch über seine Begleiter Magnetfeld und Wärme ist er messbar und wird dadurch indirekt beobachtbar und erfahrbar. (Zum Beispiel M. Faraday‘s Versuch mit den Kompassnadeln)

Im Andenken an den französischen Physiker Marie Andre Ampere (1755- 1836) ist die Einheit des Stromes Ampere:

$$[I] = \frac{As}{s} = A \qquad (8)$$

Die Spannung U

Damit ein Strom von A nach B fliessen kann, braucht es eine treibende Kraft verursacht durch eine Energiedifferenz ΔW zwischen diesen beiden Punkten. Das entspricht unterschiedlichen Ladungen an A und B. Die elektrische Spannung wird bezogen auf die betrachtete Ladung definiert:

$$U = \frac{\Delta W_{AB}}{Q} \qquad (9)$$

Die Einheit ist Volt in Erinnerung an den italienischen Physiker Alessandro Volta (1745-1827):

$$[U] = \frac{W \cdot s}{A \cdot s} = V \qquad (10)$$

Jetzt wird unterschieden zwischen aktiven Spannungsquellen und passiven Spannungsabfällen.

Ist ein Element in der Lage eine Ladung in Bewegung zu versetzen, dann ist es eine aktive Spannungsquelle auch EMK =Elektromotorische Kraft genannt. Sie wird in Richtung des erzeugten Stromes definiert.

Zum Beispiel trennt eine Photozelle Ladungen bei Lichteinfall und kann somit Strom fliessen lassen oder ein rotierendes Magnetfeld verursacht die Bewegung der Ladungsträger im Leiter oder eine Batterie wandelt chemische Energie in Bewegung von Ladungsträgern um. In allen betrachteten Fällen wird eine nichtelektrische Energieform umgewandelt in einen Ladungsunterschied zwischen A und B der dann als Antrieb für einen Strom wirken kann.

Ein Spannungsabfall hingegen entsteht, wenn die Energiewandlung in umgekehrter Richtung stattfindet.

Im elektrischen Widerstand wird der Strom gehemmt und dieses Abbremsen der bewegten Ladung zeigt sich durch die entstehende Wärmeenergie. Am Widerstand selbst entsteht eine Potentialdifferenz die den Spannungsabfall bildet.

An allen Bauelementen, in denen eine Energieumwandlung von elektrischer Energie in andere Formen stattfindet lässt sich das aufzeigen: Beispiele wären Leuchtdioden, Glühlampen oder auch ein Elektromotor. Sie alle stellen Lasten dar für die EMK. Stromkreise bestehen daher im allgemeinen aus Quellen und Lasten, den Spannungsabfallverursachern.

Elektrischer Widerstand R

Georg Simon Ohm stellte nach Experimenten fest, dass der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung bei Leiterwerkstoffen linear ist:

$$U = R \cdot I \qquad (11)$$

Der beispielsweise durch Messreihen zu ermittelnde konstante Faktor zwischen U und I wird als elektrischer Widerstand definiert. Der Zusammenhang gilt für konstante Temperatur und ist das Ohmsches Gesetz.

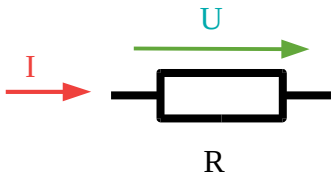
Umgestellt nach R erhalten wir:

$$R = \frac{U}{I} \qquad (12)$$

Die Einheit ist Ohm :

$$[R] = \frac{V}{A} = \Omega \qquad (13)$$

Das Stromlaufplansymbol, unter anderem zur Skizze unserer Netzwerke erforderlich, sieht aus wie folgt:



Physikalisch erklärbar wird es durch den Aufbau der Materie. Die elektrische Ladung denkbar als Elektronengaswolke bewegt sich durch die Gitterstruktur der Atomkerne des Leiterwerkstoffes. Mit steigender Temperatur, die ja ein Maß für die Teilchenbewegung ist, kommt es dabei zu immer mehr Zusammenstössen und Richtungsänderungen dieser Ladungsbewegung. Das führt zur wachsenden Hemmung des Stromflusses d. h. der Widerstand wird mit der Temperatur größer.

Das Modell der Elektronengaswolke bleibt m.E. noch widersprüchlich.

Da Strom nachweisbar durch Messungen mit Lichtgeschwindigkeit unterwegs sein kann und die Masse der Elektronen nicht Null ist, ist wiederum die Vorstellung das die Elektronen einfach durch das Atomgitter fliegen nicht haltbar.

Eher passend ist vielleicht die Vorstellung , dass eine Art Zustand der Elektronen „durchgereicht“ wird mit Lichtgeschwindigkeit.

Als Beispiel diene eine umstürzende Dominosteinkette: Die Steine bleiben nahezu an ihren Orten, jedoch der Impuls zum Kippen läuft wie eine Welle die Kette entlang.

Für das Erlernen der Berechnung von Netzwerken, also der Bestimmung aller Ströme und Spannungen in einer Zusammenschaltung mehrerer Widerstände kann ohne die genaue Antwort fortgefahren werden.

Spezifischer Elektrischer Widerstand Rho Und Temperaturkoeffizient

Abhängig vom Leitermaterial sind die mittleren Atomradien und die Gitterweite der Kernabstände unterschiedlich und daher hat jeder Leiterwerkstoff auch einen ihm eigenen spezifischen elektrischen Widerstand Rho ρ. Es gilt:

$$R=\frac{\rho \cdot l}{A} \qquad (14)$$

mit l als Länge des Leiterwerkstoffes und A als wirksamer Querschnittsfläche, die vom Strom durchflossen wird.

Diese Stoffbezogene Größe ist auch temperaturabhängig.

In erster Näherung wird das mit dem linearen Temperaturkoeffizienten α beschrieben. Ist der Widerstand bei T0 bekannt, dann lässt er sich für die Temperatur T1 wie folgt berechnen:

$$R_{T1}=R_{T0}(1+\alpha \cdot \Delta T) \qquad (15)$$

Die Tabelle listet eine Auswahl wichtiger Metalle und zwecks Anschaulichkeit auch einige andere teils isolierende Materialien auf:

Material	ρ / $\Omega \cdot m$	α / $\frac{0{,}0001}{K}$
Silber bei 20°C	$0{,}0162 \cdot 10^{-6}$	38
Kupfer bei 20°C	$0{,}0172 \cdot 10^{-6}$	39
Gold bei 20°C	$0{,}0244 \cdot 10^{-6}$	34
Aluminium bei 20°C	$0{,}0262 \cdot 10^{-6}$	39
Konstantan bei 20°C (55% Cu u 45% Ni)	$0{,}442 \cdot 10^{-6}$	2
Messing bei 20°C (66% Cu 34% Zn)	$0{,}039 \cdot 10^{-6}$	20
Nickel bei 20°C	$0{,}069 \cdot 10^{-6}$	47
Stahl (0.5 %C, Fe)	$0{,}1 \cdot 10^{-6}$	3
Manganstahl (1%C ,13%Mn ,Fe)	$0{,}7 \cdot 10^{-6}$	1
Rostfreier Stahl	$0{,}9 \cdot 10^{-6}$	
Glas	$1 \cdot 10^{10}$	
Polymere	$1 \cdot 10^{15}$ bis $1 \cdot 10^{22}$	
Destilliertes Wasser	2000 bis 100000	
Leitungswasser	5 bis 100	
Seewasser	0,1 bis 1	
Eis	10000 bis 100000	

Quelle der Angaben ist wikipedia und teilweise ein PC basierter wissenschaftlicher Taschenrechner RFCALC der Firma Milmega.

Bei sehr großen Temperaturunterschieden, nehmen wir z.B. einen glühenden Wolframdraht wie er in der guten alten Glühlampe verwendet wird, genügt Formel (15) mit der dadurch erzeugten Geradengleichung nicht mehr und wir benötigen eine verfeinerte Funktion als zweite Näherung:

$$R_{T1}=R_{T0}\left(1+\alpha\cdot\Delta T+\beta\cdot\left(\Delta T\right)^2\right) \qquad (16)$$

Durch den quadratischen Anteil der Funktion lässt sich der reale physikalisch bedingte Verlauf des Widerstandswertes über der Temperatur dann mit einem deutlich kleineren Fehler abbilden.

Experimente mit Wasser

Zielstellung ist es einzelne Werte aus der vorhergehenden

Tabelle im Experiment zu verifizieren:

Der Versuchsaufbau rechts im Bild besteht aus einer Kunststoffwanne(ehemalige Verpackung o.ä.)

mit den Maßen b=48mm ; l=100mm in die 17mm hoch Wasser eingefüllt wird. Das Multimeter zeigt bei 88mm Elektrodenabstand

R= 26,272kOhm an.

Aus diesen experimentell ermittelten Größen soll jetzt der spezifische elektrische Widerstand ermittelt werden:

Gegeben: **Gesucht:** ρ für Leitungswasser

l=88mm = genauer Abstand der Elektrodenflanken einander zugewandt

b=48mm ; h=17mm; R=26,272kΩ

$R=\frac{\rho \cdot l}{A}$ wird umgestellt nach ρ durch Multiplizieren beider Seiten der Gleichung mit A/l .

Das ergibt:

$\rho=\frac{R \cdot A}{l}$ mit wirksamer Querschnittsfläche $A=b \cdot h$ erhalten wir $\rho=\frac{R \cdot b \cdot h}{l}$

Einsetzen der Werte mit dem Ziel, die Einheit Ωm zu erhalten wie in der Tabelle:

$\rho=26272 \frac{\Omega \cdot 0{,}048\, m \cdot 0{,}017\, m}{0{,}088\, m}$ das ergibt $\rho=243{,}61\, \Omega \cdot m$

Das entspricht nicht der Aussage in der Tabelle, die einen Wert zwischen 5 und 100 ansetzt.

Die Abweichung ist zu diskutieren.

Denkbar ist, dass die Qualität je nach der Herkunft von Leitungswasser stark variieren kann und der Unterschied daher rührt. Das untersuchte Leitungswasser beim Experiment stammt aus dem nördlichen Berlin.

Jetzt wurden 1 bis 2 Teelöffel Jodsalz in dem Wasser durch Rühren aufgelöst. Das ergab eine starke Verringerung von R auf 3kΩ. Einsetzen liefert uns:

$\rho=3000 \frac{\Omega \cdot 0{,}048\, m \cdot 0{,}017\, m}{0{,}088\, m}$ das ergibt $\rho=27{,}8\, \Omega \cdot m$

Dieser Wert liegt zwischen der Aussage der Tabelle für Seewasser und dem Wert für Leitungswasser.

Nun evaluieren wir den Wert für gefrorenes Wasser, sprich Eis

Der auf der Seite liegende Prüfling ohne Auslaufen zeigt nochmal den gefrorenen Zustand an. Jetzt werden bei sonst gleicher Anordnung R=0,760MΩ Widerstand gemessen. Anzumerken ist, dass bei der Durchführung sogar 3MΩ frisch aus dem Eisfach erzielt wurden. In warmer Umgebung schmolz das Eis relativ schnell, so dass anschliessend eine Art Mischung aus Eisblock mit Schmelzwasser umhüllt vorlag.

Einsetzen des anderen Wertes von R:

$$\rho = 760300 \frac{\Omega \cdot 0{,}048\,m \cdot 0{,}017\,m}{0{,}088\,m}$$

ergibt: $\rho = 7050\,\Omega \cdot m$

für den beobachteten Anfangswert R= 3MΩ erhalten wir

$$\rho = 27818\,\Omega \cdot m$$

Dieser Wert deckt sich diesmal mit dem in der Tabelle angegebenen Bereich.

Auswertung:

1.) Nichts ist so wertvoll wie ein Experiment als Frage an die Natur. Die eigene Ermittlung der Werte zeigt die

begrenzte Gültigkeit solcher wahrscheinlich oft kopierten Werte aus dem Internet auf. Der Aufwand war

vergleichsweise gering. Also Vorsicht mit Copy und Paste aus alten ungeprüften Quellen und lieber selbst einen

kleinen Test ansetzen !

2.) Eine große Änderung des spezifischen Widerstandes von Wassers ist festzustellen. Je nach Aggregatzustand kann

es Leiter oder Nichtleitereigenschaften aufweisen.

3.) Die erhebliche Änderung der Leitfähigkeit durch Einbringen von Kochsalz (NaCl) zeigt die

Stromflussmöglichkeiten in einer elektrolytischen Lösung auf.

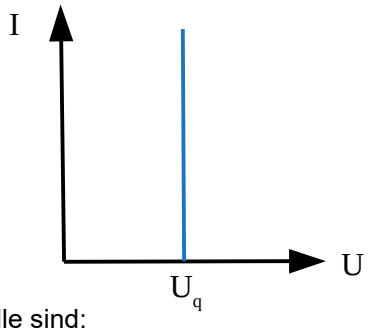
Fazit: Wasser ist nicht gleich Wasser.

Grundlagen der Netzwerkberechnung

Die 5 Grundzweipole

Wir unterscheiden zwei aktive und drei passive Grundzweipole. Die zwei aktiven sind:

1.) Die ideale Spannungsquelle mit Innenwiderstand 0 und ihrem Klemmenverhalten als Funktion I=f(U):

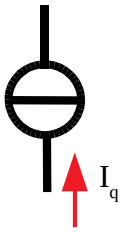


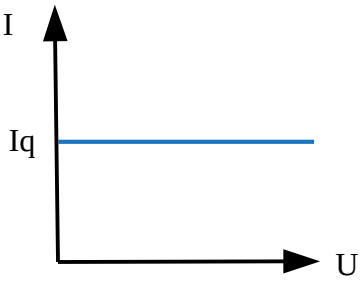
Wichtige Merkmale der idealen Spannungsquelle sind:

- Unabhängig davon welcher Strom durch sie fliesst zum Beispiel aus anderen Zweigen einströmend, die Spannung über ihr bleibt Uo
- Ihr Innenwiderstand ist 0 Ohm, dass symbolisiert der durchgezogene Längsbalken
- Da deshalb kein passiver zusätzlicher Spannungsabfall anliegen kann, wird in ihr keine Verlustleistung umgesetzt

Anmerkung: Eine reale Batterie erreicht dieses Verhalten nur näherungsweise. Daher sollte sie immer aus der Grundzweipolreihenschaltung ideale Uo und einem dem realen Ri entsprechendem idealen R modelliert werden.

2.) Die ideale Stromquelle mit unendlich großem Innewiderstand symbolisiert durch den Querbalken im Symbol auch als Einströmung bezeichnet: Klemmenverhalten I=f(U)





Merkmale der idealen Stromquelle sind:

- Sie lässt in „ihrem“ Zweig keinen anderen Strom zu als den von ihr eingeprägten
- Egal welche Spannung über ihren Klemmen entsteht, es fliesst nur Iq
- Sie lässt keine fremden Einströmungen in sie hinein, daher kann an ihrem unendlichen Ri auch keine Verlustleistung entstehen.

In der Technischen Praxis wird das Verhalten wiederum nur näherungsweise erreicht. Deshalb modelliert man das reale Verhalten mit einer Parallelschaltung aus idealer Stromquelle Iq und dem der Realität entsprechenden Ri parallel dazu an den Klemmen.

Weiterhin existieren drei passive Grundzweipole:

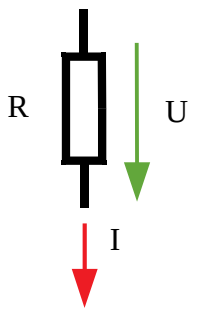
1.) ohmscher Widerstand R

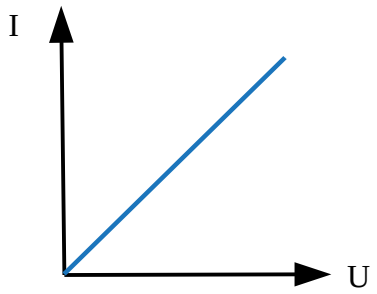
2.) Induktivität L und

3.) Kondensator C.

Da wir vorerst Gleichstromnetzwerke mit ohmschen Widerständen berechnen wollen,

anbei an dieser Stelle die I=f(U) Kennlinie:





Die zwei anderen passiven Grundzweipole sind in der Lage Energie zu speichern:

Die Induktivität L kinetische Energie und der Kondensator C potentielle Energie.

Das führt unter anderem zu zeitabhängigem Klemmenverhalten.

Die in den Netzwerken abgebildeten Grundzweipole verhalten sich alle ideal.

Jedoch reale Bauelemente wie z.B. verlustbehaftete Spulen oder Kondensatoren können mit einer Ersatzschaltung, welche wiederum ein Netzwerk aus idealen passiven Grundzweipolen ist beschrieben werden.

Vergleich der passiven Grundzweipole

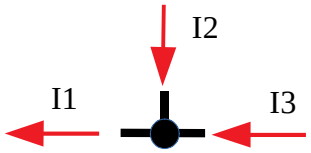
R	L	C
$u_R = \mathrm{R} \cdot i_R$	$u_L = \mathrm{L} \cdot \frac{di_L}{dt}$	$u_C = \frac{1}{C} \cdot \int i_C dt$
Ist der Strom sinusförmig, dann ist der zeitliche Verlauf mit 3 Größen vollständig zu beschreiben. Dies sind die Amplitude $\hat{I}$, die Kreisfrequenz ω und eine eventuelle Phasenverschiebung zum Zeitpunkt t = 0 wird mit φ_0 erfasst:		
$i = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$		
Wird jetzt von einem sinusförmigen Strom in allen 3 Fällen ausgegangen und vorausgesetzt, dass R,L und C Konstanten sind, dann erhalten wir für die zugehörigen Spannungen folgendes:		
$u_R = R \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$	$u_L = L \cdot \hat{I} \cdot \frac{d \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)}{dt}$; $u_L = \omega \cdot L \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$	$u_C = \frac{\hat{I}}{C} \cdot \int \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) dt$; $u_C = \frac{\hat{I}}{\omega \cdot C} \cdot -\cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$
Das Ergebnis ist in allen 3 Fällen entweder eine reine Sinus- oder Cosinusfunktion. Die zugehörigen Amplituden sind die vor der Winkelfunktion zusammengefassten Koeffizienten:		
$\hat{U}_R = R \cdot \hat{I}$	$\hat{U}_L = \omega \cdot L \cdot \hat{I} = X_L \cdot \hat{I}$	$\hat{U}_C = \frac{\hat{I}}{\omega \cdot C} = X_C \cdot \hat{I}$
Zur Phasenlage in den 3 Fällen sieht die Gegenüberstellung folgendermaßen aus:		
Durch den konstanten Faktor R wird die Phase nicht verändert. Strom und Spannung bleiben in Phase.	Das Ergebnis der Ableitung ist cos. Die cos-Funktion eilt der sin-Funktion um 90° vor. Allgemein gilt: Jede Differentiation bringt die Phase um 90° nach vorn.	Das Ergebnis des Integrales ist –cos. Die –cos-Funktion eilt der sin-Funktion um 90° nach. Allgemein gilt: Jede Integration lässt die Phase um 90° nacheilen.

Abschliessende Betrachtung zu den Grundzweipolen:

Um den mathematischen Aufwand klein zu halten beschränken wir uns in den zu untersuchenden Netzwerken wenn möglich auf die eben beschriebenen 5 Grundzweipole. Man kommt sehr weit damit in der praktisch angewandten Elektrotechnik.

Definitionen Und Feststellungen Zum Netzwerkbegriff

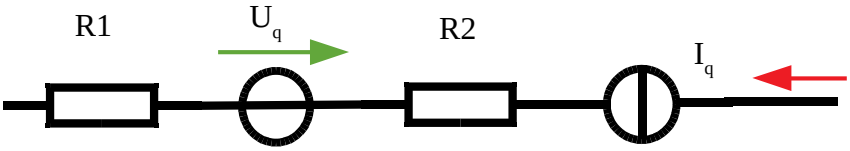
- Jedes Netzwerk besteht aus sogenannten Knoten in denen die Ströme zusammen und auseinander fliessen:



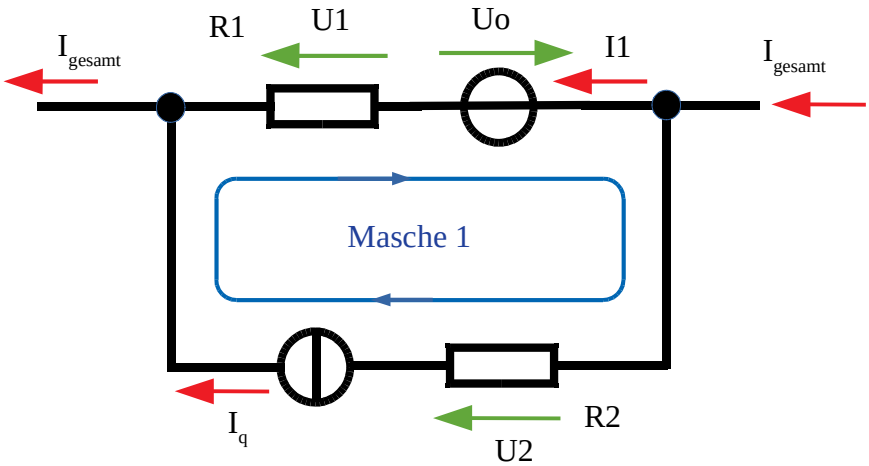
- Zwei Knoten werden durch mindestens einen Zweig verbunden:

- Ein Zweig besteht aus mindestens einem Grundzweipol oder einer Reihenschaltung von mehreren Grundzweipolen.

  Beispielsweise könnte er so aussehen:



- In **einem** Zweig fliesst nur **ein** Strom. Alle in Reihe geschalteten Grundzweipole werden von diesem gleichen Strom durchflossen.
- Zwei Knoten können auch über mehrere parallele Zweige verbunden sein. Die dadurch entstehende Ringstruktur wird in der Elektrotechnik als Masche bezeichnet.
  Ein Beispiel:



Aus je mehr Maschen und Knoten das Netzwerk besteht, um so aufwendiger wird es zu berechnen.

Knotenpunktsatz

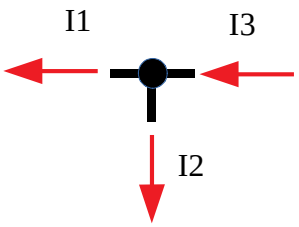
Durch die Kontinuität des Stromflusses gilt an einem Knoten folgende Gesetzmässigkeit:

$$\sum_{0}^{n} I_n = 0 \qquad (17)$$

Gustav Robert Kirchhoff (deutscher Physiker 1824-1887) formulierte das 1845

Der Knotenpunktsatz ist daher auch als 1. Kirchhoff'scher Satz der Elektrotechnik bekannt und häufig wird der Knoten auch als Kirchhoff'scher Knoten bezeichnet.

Er liefert uns bei der Netzwerkberechnung die notwendige Beziehung zwischen den einzelnen Zweigströmen:



Wichtig sind die Vorzeichen der Ströme.

Zum Aufstellen der Knotenpunktgleichung legt man zweckmäßigerweise fest:

Alle in Pfeilrichtung hineinfliessenden Ströme werden positiv angesetzt, alle herausfliessenden dann negativ.

Für unser Beispiel erhält man dann:

$$0 = -I_1 - I_2 + I_3$$

oder umgestellt:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Es lässt sich ausblickend zeigen, dass der Knotenpunktsatz auch viel weitreichender in Feldform gültig ist. Die Kontinuität gilt auch für Strömungsfelder mit der Stromdichte J die in die Oberfläche eines bestimmten Volumenabschnittes einwirbeln und auch wieder auswirbeln.

Hier gilt dann, dass das Oberflächenintegral der Stromdichte zu 0 wird betrachtet über den Volumenabschnitt, dessen Oberfläche integriert wurde:

mit der Stromdichte $J = \frac{dI}{dA}$,wobei dA die Querschnittsfläche ist, die dI durchsetzt,

lässt sich formulieren:

$$\int_A J\, dA = 0 \qquad (18)$$

Das ist dann schon ein Term aus einer der Maxwell'schen Gleichungen, welche eine wichtige Grundlage für die höhere Elektrotechnik und das Verständnis vieler Vorgänge in Natur und Technik sind.

Für unsere Netzwerkberechnungen genügt aber zunächst erstmal die Summenform der Gleichung von Robert Kirchhoff.

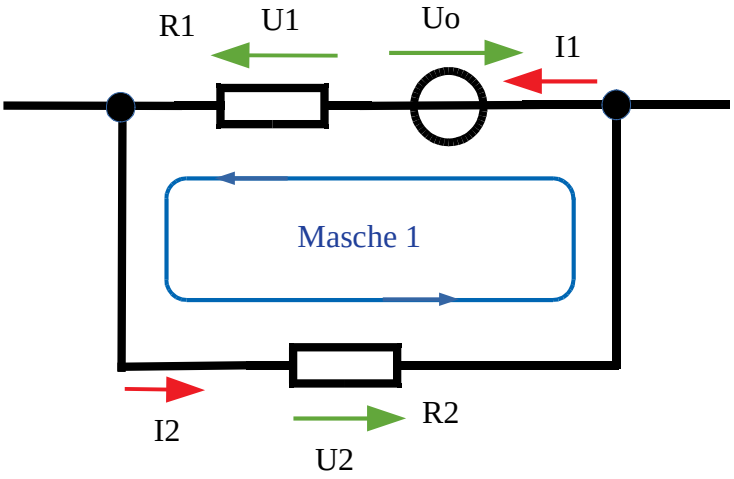
Maschensatz

Der zweite Kirchhoff'sche Satz ist auch als Maschensatz bekannt. Im Umlauf einer Masche gilt:

$$\sum_{0}^{n} U_n = 0 \qquad (19)$$

Vor dem Aufstellen der Gleichungen sind alle Richtungen von U und I einzuzeichnen und die gesamte Netzwerkberechnung über streng beizubehalten. In welcher Richtung die vor der Berechnung noch unbekannten Ströme fliessen, können wir noch nicht wissen. Das erkennen wir erst später am Vorzeichen der erhaltenen Lösungen. EMKs müssen in einer Masche entgegen den passiven Spannungsabfällen festgelegt werden.

Gegeben sei folgender Maschenumlauf, die Umlaufrichtung kann frei festgelegt werden, häufig vorteilhaft ist gleichsinnig mit den passiven Spannungsabfällen und entgegen zur Quellspannung, muss aber nicht zum Aufstellen der Gleichung:



Damit lässt sich die Maschengleichung aufstellen. U1 und U2 haben die gleiche Richtung wie der festgelegte Maschenumlauf und daher setzen wir sie positiv an, bei Uo ist es entgegengesetzt, daher minus:

$$0 = -U_0 + U_1 + U_2$$

nun umgestellt, dass die aktive Quelle auf eine und die passiven Spannungsabfälle auf die andere Seite kommen:

$$U_0 = U_1 + U_2$$

Jetzt lassen sich Ströme aus den Knotenpunktgleichungen und Spannungen aus den Maschengleichungen an den Widerständen über das ohmsche Gesetz verknüpfen und die Netzwerkberechnung kann erfolgreich beginnen.

Auch für den Maschensatz gilt, dass seine Bedeutung viel weitreichender ist als an dieser Stelle sonst abzusehen. Auch hier ein Ausblick auf die spätere Feldberechnung.

Wird die elektrische Feldstärke $\vec{E} = \frac{\overrightarrow{dU}}{\vec{ds}}$ über eine geschlossene Kontur entlang integriert,

dann ergibt sich: $$\oint_C \vec{E}\, ds = \vec{0} \qquad (20)$$

Das ist der Maschensatz in der Feldform. In der höheren Elektrotechnik wird er dann benötigt.

Der Grundstromkreis

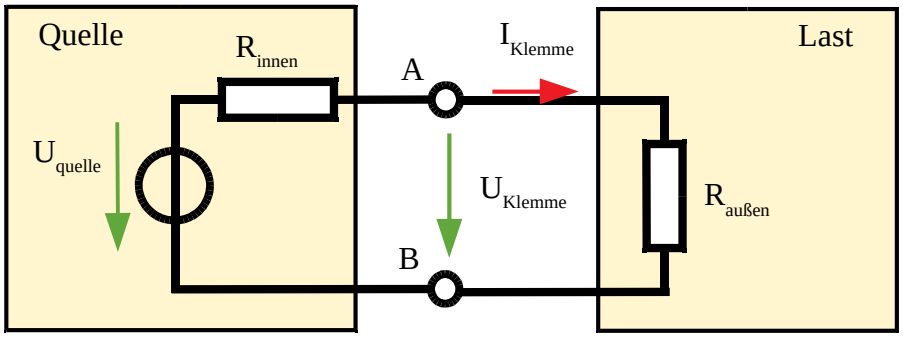
Er besteht aus einer Quelle mit Innenwiderstand und einem äußeren Lastwiderstand. Da er aus einer einzigen Masche ohne weitere Verzweigungen besteht ist er an Einfachheit nicht zu überbieten. Denoch lassen sich viele wichtige Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten mit dem Grundstromkreis gut herleiten und erklären.

Aufteilung In Quelle Und Last

Netzwerke bestehen zum großen Teil aus aktiven Quellen und dazugehörigen passiven Belastungen. Das gilt gleichermassen für Aufgabenstellungen der Nachrichtentechnischen Signalübertragung wie auch für Fragestellungen der Energieübertragung zum Zwecke der Versorgung.

Eine Aufteilung in aktive Quelle auf der linken Seite als Energiespender und passive Last auf der rechten

Seite als Energieempfänger hat sich dazu als sinnvoll erwiesen:



Anmerkungen:

- In der technisch physikalischen Praxis gibt es keine Quellen ohne Innenwiderstand. Daher von heute an immer mit Quellinnenwiderstand Rechnen und Simulieren. Ist keiner gegeben setzen wir einen an!
- Der Anwender der Quelle hat fast immer nur Zugang zu den Klemmen A und B der ganzen Quelle. Als Beispiel sei die Batterie genannt: Plus-und Minuspol sind zugänglich zum Anschluss von Leitungen jedoch können wir nicht an den inneren Punkt zwischen idealer Quelle und R_{innen} gelangen. Dieser ist unerreichbar.
- Das führt zur Black Box Methode: Sie basiert darauf, dass wenn das Klemmenverhalten unverändert bleibt, das innere Netzwerk getauscht werden kann ohne das es dem äußeren System, hier der Last, auffällt. Der Inhalt der Box ist sozusagen unbekannt und bei gleichem Verhalten an den Klemmen bleibt eine Änderung in der Box unbemerkt.
- Die inneren idealen Grundzweipole bilden in ihrem Zusammenwirken das reale Klemmenverhalten modellhaft nach.

Die Lastgerade

Durch Messungen **allein** an der Klemme bei **mindestens 2** verschiedenen Lasten kann der Quellinnenwiderstand bestimmt werden **ohne** in die innere Schaltung zu gelangen:

Der Zusammenhang zwischen Innenwiderstand und Klemmengrößen ergibt sich zu:

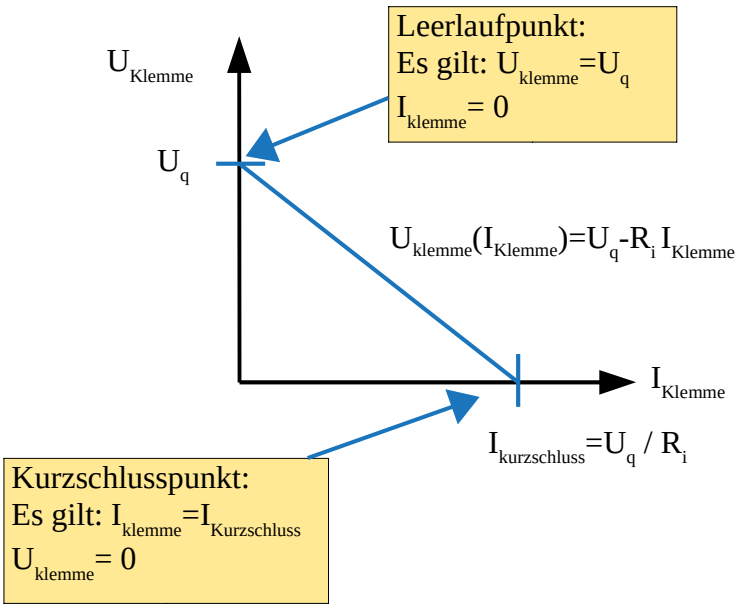
$$U_{Klemme} = U_q - R_i \cdot I_{Klemme} \qquad (21)$$

Ein weiterer Zusammenhang zwischen Außenwiderstand und Klemmengrößen ist:

$$U_{Klemme} = R_a \cdot I_{Klemme} \qquad (22)$$

Beide Formeln lassen sich mit dem Maschensatz und dem ohmschen Gesetz herleiten.

Wird das Klemmenverhalten als Funktion $U_{klemme}=f(I_{Klemme})$ aufgetragen erhalten wir eine Gerade als Funktionsverlauf: Das ist die zur Quelle zugehörige Lastgerade:



Experimentell genügen zwei Punkte um die Lastgerade zu konstruieren. Es bieten sich in der Praxis der Leerlauf und ein weiterer Punkt mit einer deutlichen Last an

Kurzschluss scheidet bei realen Spannungsquellen oft aus. Ein variabler Außenwiderstand leistet oft gute Dienste beim Test der Quelle. Die negative Steigung der Geraden, die durch die beiden Messpunkte geht, entspricht dann dem Quellinnenwiderstand

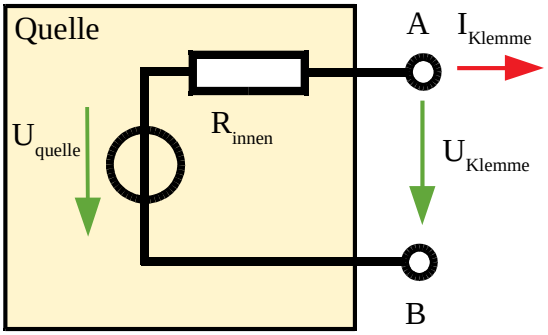
Ausblick: Der Ansatz mit aktiver Quelle und zugehöriger Belastung wird später auch in der Wechselstromtechnik häufig verwendet. Es lassen sich dann zwischen Quelle und Last Leitungen, Verstärker, Filter und vieles mehr als sogenannte Vierpolmodelle einfügen.

Zum Beispiel kann ein Verstärker durch Einbetten zwischen Quelle und Last dann optimal berechnet und erforscht werden.

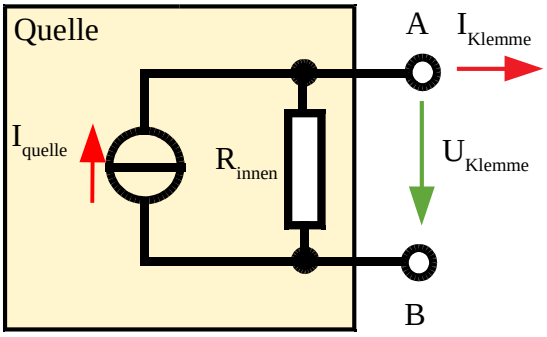
Umwandeln Einer Spannungsquelle In Eine Äquivalente Stromquelle

Der schon angesprochene Blackbox Ansatz gestattet uns in der Netzwerktheorie auch das Umwandeln einer Spannungsquelle mit ihrem Innenwiderstand in eine äquivalente Stromquelle.

Bedingung: Das Verhalten an den Klemmen A und B, beschrieben durch unsere Lastgerade muss beibehalten werden:



Wenn jetzt in der Box die Reihenschaltung der Spannungsquelle mit Innenwiderstand in eine Parallelschaltung aus Stromquelle und diesem Innenwiderstand getauscht wird erhalten wir:



Um jetzt das Klemmenverhalten an A und B beizubehalten muss gelten.

1.) Im Leerlauf:

$U_{Klemme} = R_{innen} \cdot I_{quelle}$ (22) mit $U_{Klemme} = U_{quelle}$ (23)

2.) Im Kurzschluss:

$I_{Klemme} = I_{quelle}$ (24)

Wichtig: Der Quellinnenwiderstand bleibt dabei in seinem Wert erhalten.

Elektrisches Feld und Kondensator

Ein Speicher Für Ladung

Formel (1) auf Seite 1 führte die durch Experiment gefundene Ladung als linearen Zusammenhang zwischen elektrischer Feldstärke E und Kraft F zwischen den beiden geladenen Körpern ein.

Der Kondensator als Bauelement wird nun gezielt als Ladungsspeicher konstruiert.

Seine in ihm enthaltene potentielle Energie ist das Produkt aus gespeicherter Ladungsmenge und der Potentialdifferenz auf die der Kondensator geladen wurde:

$$W_{pot} = U_C \cdot Q \qquad (25)$$

Vergleiche dazu auch Formel (9) auf Seite 3 zur Definition der elektrischen Spannung.

Da sich für eine hohe Ladungsmenge möglichst viele ungleichnamige Ladungsträger eng gegenüberstehen müssen wird er aus zwei sehr großflächigen Elektroden, die sich nicht berühren dürfen gebildet. Um das auch für höhere Feldstärken und damit Spannungen durchschlagsfest sicherzustellen werden die beiden Elektroden gerne mit einer Folie, ölgetränktem Papier oder einem anderen geeigneten Isolator möglichst hauchdünn um Platz zu sparen auf Distanz gehalten.

Der proportionale Zusammenhang zwischen gespeicherter Ladung und anliegender Spannung wird als Kapazität bezeichnet und hat das Formelzeichen C:

$$Q = C \cdot U \qquad (26)$$

Merkhilfe: lässt sich als "Ku"="Ku" lesen und hören.

Die Größe des Proportionalfaktors Kapazität hängt vom Abstand s der Elektroden, deren Oberfläche A und den Eigenschaften des Isoliermaterials ab, welches zwischen die Elektroden gefügt wird:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{s} \qquad (27)$$

mit der Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_0 = 8{,}85419 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{A \cdot s}{V \cdot m}$ (28)

und der relativen Dieelektrizitätskonstante ε_r , die eine Materialkenngröße ist.

Die SI Einheit der Kapazität ist in Erinnerung an den immer neugierigen Forscher und Experimentator Michael Faraday (1791-1867) das Farad: $[C] = \frac{As}{V} = F$ (29)

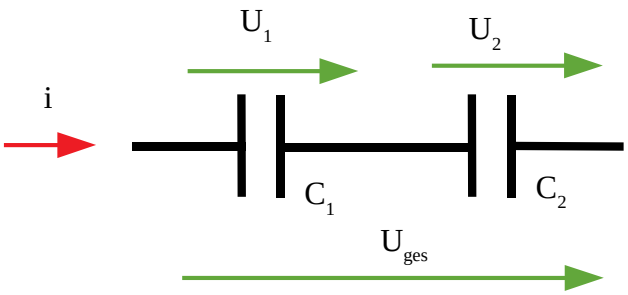
Materialeinfluss Am Beispiel Chipkondensator

Manchmal steht beim Bau von Kondensatoren die Spannungsfestigkeit im Vordergrund und manchmal die Miniaturisierung wie z.B. bei Chip-Kondensatoren für einen Laptop oder für ein Handy.

An Formel (27) kommt jedoch kein Kondensator vorbei. Schnell lässt sich erkennen, dass ein Vergrößern der Elektrodenflächen A einer Miniaturisierung entgegensteht. Da bleibt dann nur eine Maximierung des ε_r auf kleinstem Raum. Auf den ersten Blick wirkt das sehr attraktiv. Es werden mehrere µF in einem Gehäuse mit 1mm Kantenlänge erzielt. Jedoch leiden die dafür "hochgezüchteten" keramischen Werkstoffe dann oft unter einer starken Temperatur- und sogar einer deutlichen Spannungsabhängigkeit des ε_r Letzteres bedeutet,dass die Kapazität des Kondensators abhängt von der an ihm anliegenden Gleichspannung. Das muss beim Entwickeln von Anwendungsschaltungen unbedingt betrachtet werden. Man schaue da genau ins Kleingedruckte der Herstellerdatenblätter. Der Effekt ist der, dass beim Entladen solcher Kondensatoren von z.B. 5V auf 1V sich deren ε_r erholt und damit nach Formel (27) C steigt während U sinkt. Mit Formel (26) bleibt dann die Ladung über eine gewisse Zeit ungewöhnlich konstant und will nicht sinken..

Zusammenschaltung Mehrerer Kondensatoren

Fangen wir mit der Reihenschaltung von zwei Kondensatoren an:



Gesucht sei jetzt die wirksame Gesamtkapazität C_{ges} der Reihenschaltung von C_1 und C_2

Für den Zusammenhang zwischen Ladung, Spannung und Kapazität an den einzelnen Kondensatoren gilt

die umgestellte Formel (26): $U_1 = \frac{Q}{C_1}$ und $U_2 = \frac{Q}{C_2}$

(26) gilt auch für die Gesamtspannung: $U_{ges} = \frac{Q}{C_{ges}}$

Der Maschensatz liefert uns: $U_{ges} = U_1 + U_2$ (30)

Es fliesst nur ein Strom in diesem einen Zweig: $I_{ges} = I_1 = I_2$

Wir erinnern uns an die Definition des Stromes als bewegte Ladung (Formel (5) und (6): $I = \frac{dQ}{dt}$

der Physiker schreibt dafür gerne auch $I = \dot{Q}$ um die Ableitung nach der Zeit auszudrücken.

Die 3 Ansätze mit (26) setzen wir jetzt in die (30) ein: $\frac{Q}{C_{ges}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$ (31)

Jetzt wird (30) auf beiden Seiten nach t abgeleitet: $\frac{\dot{Q}}{C_{ges}} = \frac{\dot{Q}}{C_1} + \frac{\dot{Q}}{C_2}$ (31)

Da $\dot{Q}$ der Strom ist und dieser im gesamten Zweig gleich ist kann er auf der rechten Seite von (30) ausgeklammert werden und es wird auf beiden Seiten durch $\dot{Q}$ geteilt um zu kürzen.

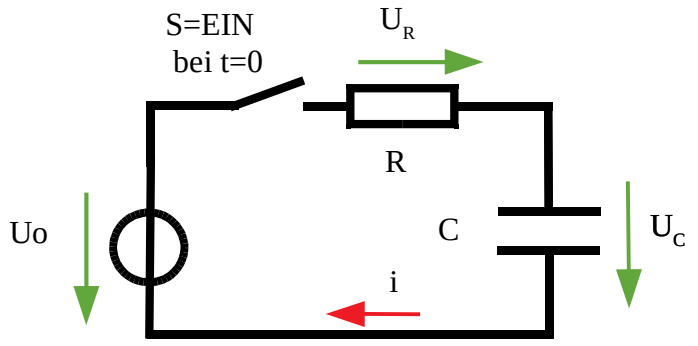
Es verbleibt: $\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ (31)

Werden n Kondensatoren in Reihe geschaltet erweitert sich (31) zu: $\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + .. + \frac{1}{C_n}$

Schaltvorgang am Kondensator

Zeitfunktion Des Stromes

Zum Zeitpunkt t=0 wird der Schalter im folgenden Netzwerk eingeschaltet. Es interessiert jetzt der genaue Stromverlauf nach dem Einschalten. Aus der Physik ist bekannt, dass nach dem Aufladen des Kondensators kein Gleichstrom mehr durch ihn hindurchgeht. Jedoch wie verläuft diese vermutete Abnahme des Stromes über der Zeit ganz genau? Was geht da vor? Eine Netzwerkberechnung schafft Klarheit:



Ausgangslage: Der Kondensator ist entladen und der Schalter geöffnet.

Im Einschaltmoment schliesst sich der Stromkreis und wir können für diesen Zeitpunkt t=0 ansetzen:

$$U_C=0$$

Es fliesst nur ein Strom in der einen vorhandenen Masche. Die Anwendung des Maschensatzes liefert uns:

$$U_0=U_C+U_R$$

Wir setzen für die Spannungen an Kondensator und Widerstand die Beziehungen zu deren Strömen ein:

$$U_0=R\cdot i+\frac{1}{C}\int i\,dt$$

Es wird auf beiden Seiten durch R dividiert um i zu isolieren:

$$\frac{U_0}{R}=i+\frac{1}{RC}\int i\,dt$$

Eine erste Überlegung lässt sich aufstellen: Zum Zeitpunkt t=0 ist das Integral noch „leer“ und es bleibt der Ausdruck i =U0/R übrig. Das entspricht dem Strom im Einschaltzeitpunkt und es ist unsere Anfangsbedingung für die kommende Gleichungslösung.

Jetzt wird auf beiden Seiten nach t abgeleitet um eine Differentialgleichung zu erhalten:

$$\frac{U_0}{R}=\frac{di}{dt}+\frac{1}{RC}i$$

Wir setzen jetzt unsere Anfangsbedingung erstmal auf 0. Das ist für die Lösung der Differentialgleichung sinnvoll, da Uo und R zeitlich invariant sind, das heißt sich im hier betrachteten kurzen Zeitraum nicht ändern. Daher wird auch die Ableitung über der Zeit keine Änderung bringen und 0 sein:

$$0=\frac{di}{dt}+\frac{1}{RC}i$$

umordnen führt zu:

$$\frac{-i}{RC}=\frac{di}{dt}$$

Jetzt wird die Differentialgleichung gelöst. Dazu trennen wir zuerst die Variablen d.h. alle Terme mit i auf eine Seite und alle mit t auf die andere:

$$\frac{di}{i}=\frac{-dt}{RC}$$

Jetzt kann auf beiden Seiten integriert werden:

$$\ln i+c1=\frac{-t}{RC}+c2$$

Minus c1 auf beiden Seiten und ein Zusammenfassen der Integrationskonstanten, mit c2 - c1=c3 ergibt:

$$\ln i=\frac{-t}{RC}+c3$$

Auf beiden Seiten wird jetzt die e-Funktion angewandt und wir erhalten mit der Lösung der Differentialgleichung die Zeitfunktion des Stromes:

$$i=e^{\frac{-t}{RC}}\cdot e^{c3}$$

Der Faktor e^{c3} dient zum Anpassen an unsere Anfangsbedingung, die da war für unseren Fall:

$$\frac{U_0}{R}$$

Das setzen wir jetzt in unsere allgemeine Lösung ein und erhalten damit die eine spezielle Lösung aus der Schar der Möglichen, aufgespannt durch die Menge der denkbaren c3, die für unser Anfangsproblem passend ist:

$$i=\frac{U_0}{R}\cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

Ist das Ergebnis plausibel? Zwei Gedankenexperimente helfen vielleicht.

Erstens man setze t=0 ein und überlege, ob das Ergebnis zum Zeitpunkt 0 passt. Da dann der Strom im Anfangsmoment also unsere Anfangsbedingung herauskommt ist das OK.

Zweitens man setze t=unendlich (steady state) ein und wir erhalten dafür i=0. Das passt auch zur Vorüberlegung, da nach der vollständigen Aufladung kein weiterer Strom in unserem betrachteten Kreis mehr fließt.

Diese Art der Betrachtung hilft auch oft bei der Sinnfindung anderer Differentialgleichungen und der mit ihnen beschriebenen Problemstellungen.

Zeitfunktion Der Spannung

Jetzt lassen sich mit dem gewonnenen Stromverlauf über der Zeit auch die Spannungsverläufe unseres kleinen Systems bestehend aus R und C herleiten:

Das ohmsche Gesetz liefert uns: $U_R = R\ i$

In diese Beziehung setzen wir die eben neu gewonnene Funktion i (t) ein und erhalten:

$$R \cdot i = \frac{R \cdot U_0}{R} \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

nach dem Kürzen von R erhalten wir: $U_R = U_0 \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$

Den zeitabhängigen Spannungsverlauf am Kondensator bekommen wir in Verbindung mit der nach Uc umgestellten

Maschengleichung: $U_C = U_0 - U_R$

Der Zeitverlauf von U_R eingesetzt ergibt: $U_C = U_0 - U_0 \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$

und Ausklammern führt zu: $U_C = U_0 \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$

Kurze Überlegung zur Plausibilität: Im Zeitpunkt t=0 erhalten wir für die e-Funktion =1 und damit 0 für die Spannung am Kondensator. Für steady state t=unendlich ergibt die e-Funktion=0 und wir erhalten Uc=Uo. Das passt zu unserer Eingangsbetrachtung des Systems.

Das Produkt R mal C ergibt als physikalische Größe eine Zeit.

Diese Systemzeitkonstante wird mit dem Formelzeichen

Tau definiert: $\tau = R \cdot C$

Damit ergibt sich: $U_C = U_0 \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$

Hilfreich ist es sich für bestimmte Zeitpunkte t, die ganzzahligen Vielfachen von Tau entsprechen ein paar Werte für den Klammerausdruck einzuprägen. Das hilft später bei Messungen mit dem Oszilloskop und ähnlichem:

t	$0 \cdot \tau$	$1 \cdot \tau$	$5 \cdot \tau$	$11 \cdot \tau$	$\infty \cdot \tau$
$100\,\% \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$	0	63,21	99,32	99,99	100

Der Umladevorgang ist nach 5 Tau zu mehr als 99% abgeschlossen. In den seltensten Fällen lohnt ein weiteres Warten. Mehr als die doppelte Zeit muss aufgewandt werden um von 99,32 auf 99,99% zu kommen.

Daraus resultiert die Aussage: 5 Tau abwarten.

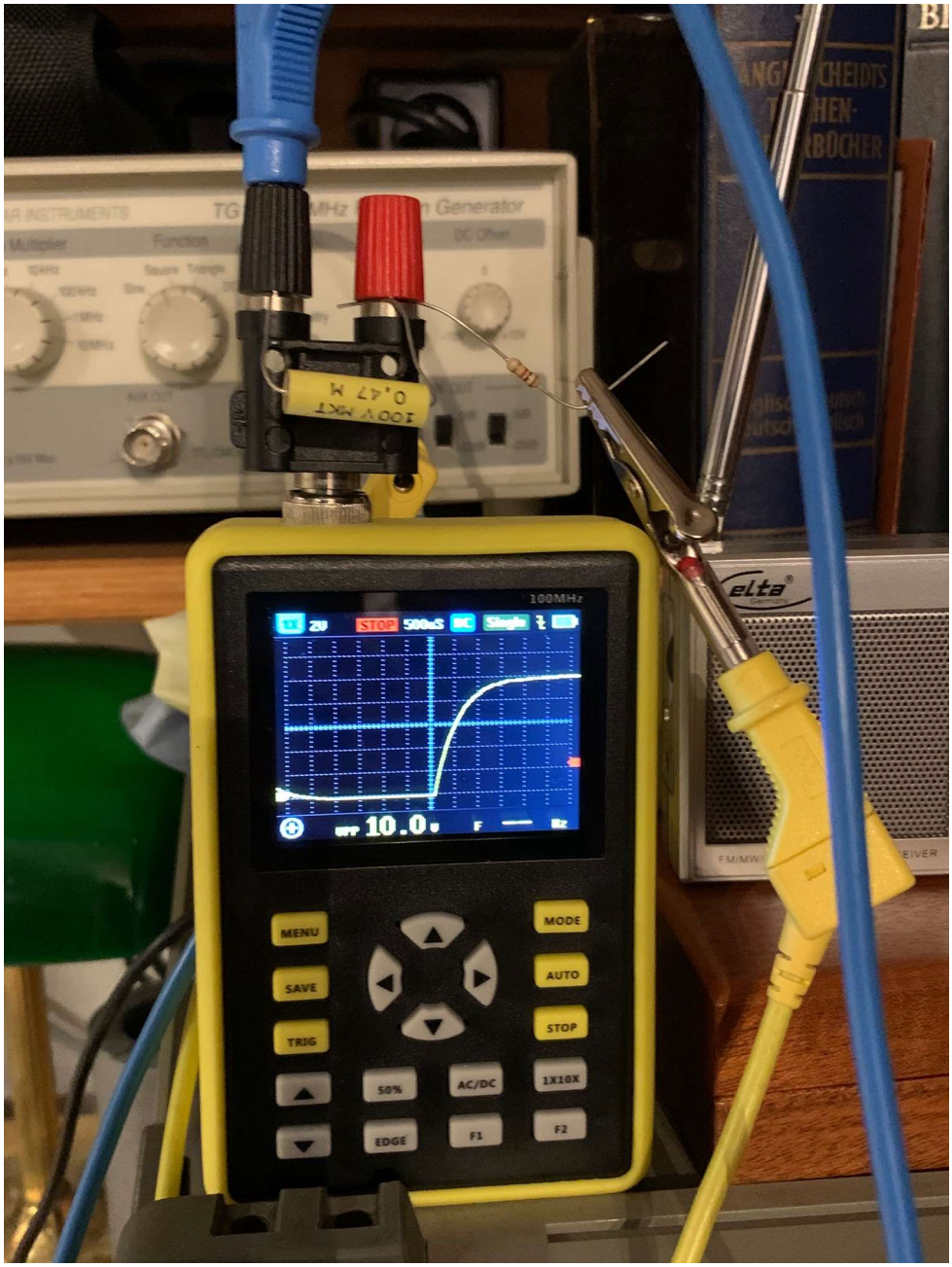
Taubestimmung Und Vergleich Im Experiment

Gegeben: R=1kΩ ; C=470nF

Gesucht: Ʈ mit anschliessendem Vergleich durch eine Messung

1. Rechnung: $\tau = R \cdot C = 1000 \frac{V}{A} \cdot 470 \cdot 10^{-9} \frac{A \cdot s}{V} = \underline{470 \mu s}$

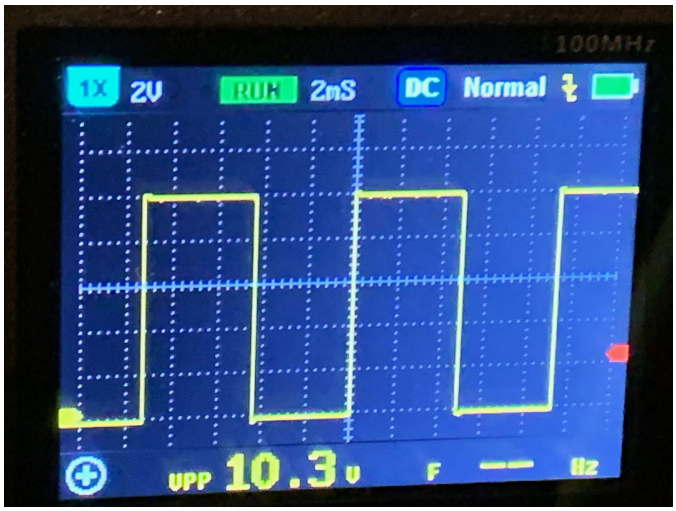
2. Messung: Der im Hintergrund stehende Generator liefert über das gelbe Kabel den Einschaltvorgang in den 1k Widerstand. Der andere Pol des Widerstandes ist mit dem Kondensator und dem Oszilloskopeingang verbunden. Ziel ist es, den Spannungsverlauf über dem Kondensator nach dem Einschalten aufzuzeichnen.

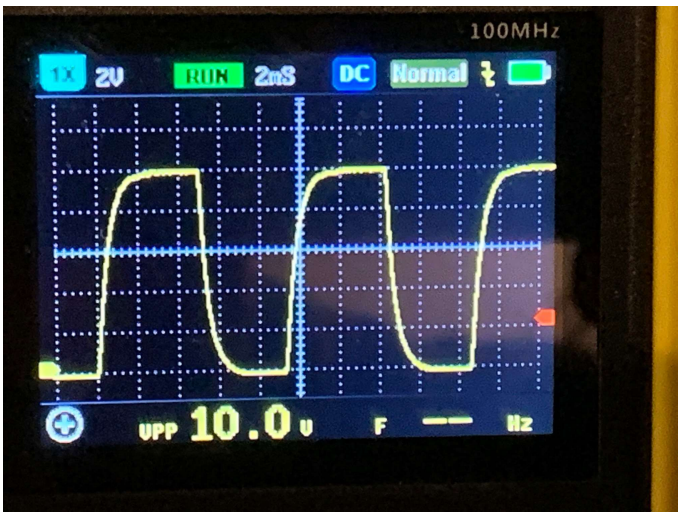


Für das Experiment eignet sich ein Rechteckgenerator., da er den Ein- und Ausschaltvorgang periodisch wiederholt. Das erleichtert die Aufzeichnung.

Zuerst wird geprüft, ob er steilflankig genug arbeitet bezogen auf unseren hier betrachteten

Tauwert. Siehe linkes Bild. Dann wird das RC-System zwischen Generator und Oszilloskop eingefügt (rechtes Bild):





Um das Tau mittels Oszilloskop möglichst genau zu messen muss besser aufgelöst werden:

5 Boxen in der Vertikalen entsprechen 100%. Dann liegt bei 5 mal 0,63 Boxen =3,16 Boxen der Y-Achsenwert für den Zeitpunkt t= Tau. Also bei ungefähr 3 Boxen.

Bei der Pfeilspitze lässt sich dann Tau ablesen: Eine Box horizontal = 500µs. Etwas weniger als eine Box ist vergangen seit dem Einschaltzeitpunkt, dass entspricht ungefähr den 470µs der vorangegangenen Rechnung.

Durch das Oszillogramm lässt sich der Verlauf der Spannung über der Zeit anschaulich zeigen. Auch hier schön zu sehen: Nach 5 Tau passiert nicht mehr viel. Der Umladevorgang ist nahezu beendet.

Anmerkung zur wissenschaftlichen Arbeitsweise

Die vorangegangenen experimentellen Beispiele zeigen vielleicht, dass trotz allem nutzvollen Neuen nicht die manchmal mehrere hundert Jahre alten naturwissenschaftlichen Grundlagen, wie z.B. das Wissen über Materie und Gefüge vernachlässigt werden dürfen, so wie es von Michael Faraday und vielen anderen für uns erarbeitet wurde. Ohne deren Beachtung in unserer realen Welt geht es nicht. Da hilft auch keine "angereicherte" digitale Welt um irgendetwas zu deuten oder passend zu filtern.

Wirkliches Verstehen braucht keine Datenflut und keine bunten Diagramme. Beides ist manchmal abträglich für das Verständnis von Natur und Technik da es dazu verleitet aus der übergroßen Menge der erfassten Werte nur die sehen zu wollen, die die eigene Theorie bestätigen oder bei der vielen Datenverarbeitung geht anderweitig etwas verschütt. Das ist im besonderen eine neue Gefahr in unserem heutigen Informationszeitalter.Durch die Fülle steigt der Zwang zur Filterung und damit Vorauswahl der Daten und damit zum Vorurteil. Ein Vorurteil verkürzt den Denkvorgang, ja versucht diesen einzusparen. Man möchte sozusagen auf eine Konserve zurückgreifen um das Denken einzusparen. Diese Denkfaulheit hat ihren Preis.Dadurch wird man blind gegenüber neuen Erkenntnissen und Qualitäten und davor sollte sich jeder Naturwissenschaftler hüten. Echte Wissenschaft bleibt möglichst frei von Vorurteilen und von zu schnellen Antworten und ist mit ihrer Erkenntnis erstmal zweckfrei.

Schnelle Antworten stoppen das vertiefte Nachdenken zu früh ab und sind dem wirklichen Fortschritt ein Hindernis! Wenn wir wirklich neues entwickeln wollen oder bestehendes effektiv verbessern, dann muss es ehrlich in seinem Zustand beschrieben werden.Der Anfang von wirklicher technischer Kunst ist daher schonungslose Ehrlichkeit mit all unseren Messwerten und Gedanken. Jeder der versucht das zu sparen zahlt bitter drauf in Form von viel Zeit, mittelmäßiger und schlechter Qualität und sehr vielen eigentlich unnötigen Kosten.

Viel viel wertvoller sind daher eigene Experimente als Fragen an die Natur und dadurch erlangte wenige, dafür aber wertvollere Daten, weil Sie wissen wie diese entstanden sind. Wann haben Sie beispielsweise das letzte Mal die Temperatur mittels Flüssigkeitsthermometer auf physikalische Weise ohne Umwege an ihrem Fenster daheim gemessen und nicht aus dem "Netz" sich einen Wert geben lassen weil es so schön bequem ist? Eigenes Wissen durch eigenes Messen schützt vor Verführungen und ist eine Selbstbehauptung für jede NaturwissenschaftlerIn

Zum Abschluss ein Aufruf von Albert Einstein: Man höre nie auf zu fragen!