# LOESUNGEN ZU DEN UEBUNGEN  ELEKTROTECHNIK 1

*Berechnung von Gleichstromnetzwerken*

## A1 Stromteiler Und Spannungsteiler

$\frac{I1}{I2} = \frac{R2}{R1}$ ; $\frac{U1}{U2} = 1$ ; $R_{Gesamt} = \frac{R1 \cdot R2}{R1+R2}$ ; $\frac{I1}{Igesamt} = \frac{R2}{R1+R2}$

## A2 Maschensatz

$\frac{U1}{U2} = \frac{R1}{R2}$ ; $\frac{U2}{Uo} = \frac{R2}{R1+R2}$ ; $Igesamt = \frac{Uo}{R1+R2}$ ; Maschengleichung $Uo = U1 + U2$

## A3 Ersatzzweipolnetzwerk

I1= 0,3A (durch den Zweig  2Ω und 5Ω );  I2=0,7A  Werte der Ersatzschaltung: Uo=2,1V; Ri=2,1Ω; $I_K$=1A

## A4 Ersatzzweipolnetzwerk

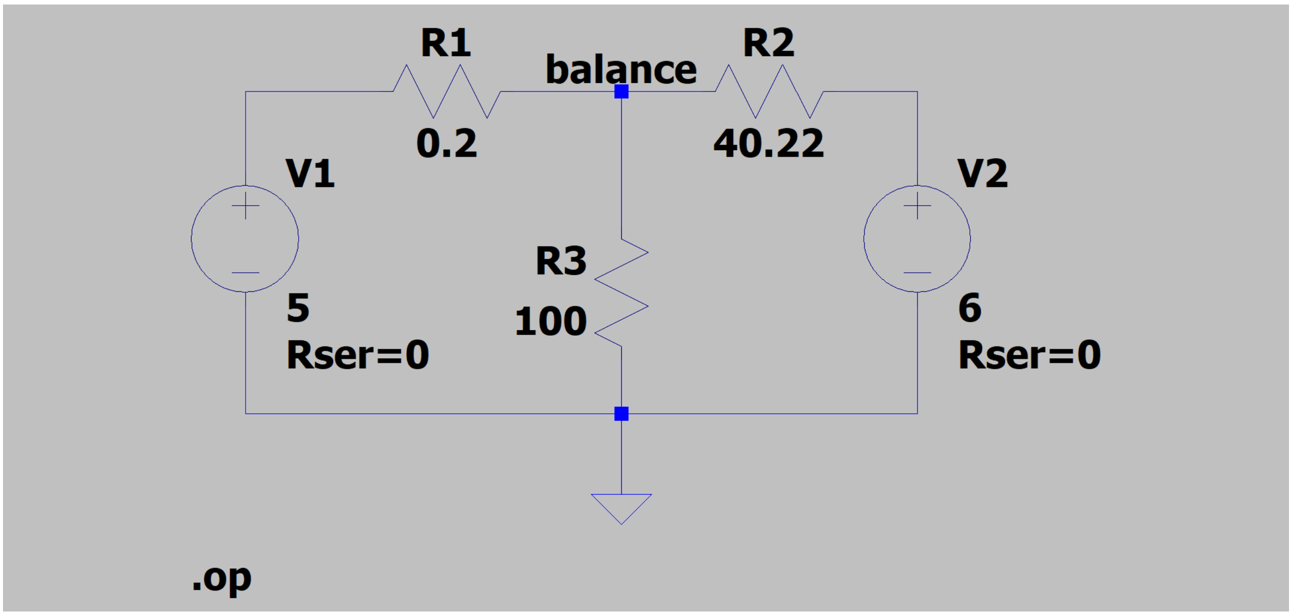
$I_{ges}$=172,36mA;  Ersatznetzwerk $U_{AB}$=3,447V;  Ik= 555mA

## A5 Leistung Im Gleichstromkreis

$U = \frac{10}{3} V$ ; $I1 = \frac{10}{15} A$ ; $I2 = \frac{5}{15} A$ ; $P1 = \frac{20}{9} W$ ; $P2 = \frac{10}{9} W$ ; $Pges = \frac{10}{3} W$

## A6

$Ri = 40{,}22\,\Omega$ als Ergebnis einer LT Spice Simulation: $R_i$=R2




Simulationsergebnis: I1=I(R1) ist ungefähr betragsgleich I2=I(R2)

```
        --- Operating Point ---

V(n001):         5               voltage
V(n002):         6               voltage
V(balance):      4.99501         voltage
I(R3):           -0.0499501      device_current
I(R2):           0.0249874       device_current
I(R1):           -0.0249627      device_current
I(V2):           -0.0249874      device_current
I(V1):           -0.0249627      device_current
```

Das Ergebnis steht noch unter Vorbehalt...

## A7 Netzwerk Und Ersatzzweipol

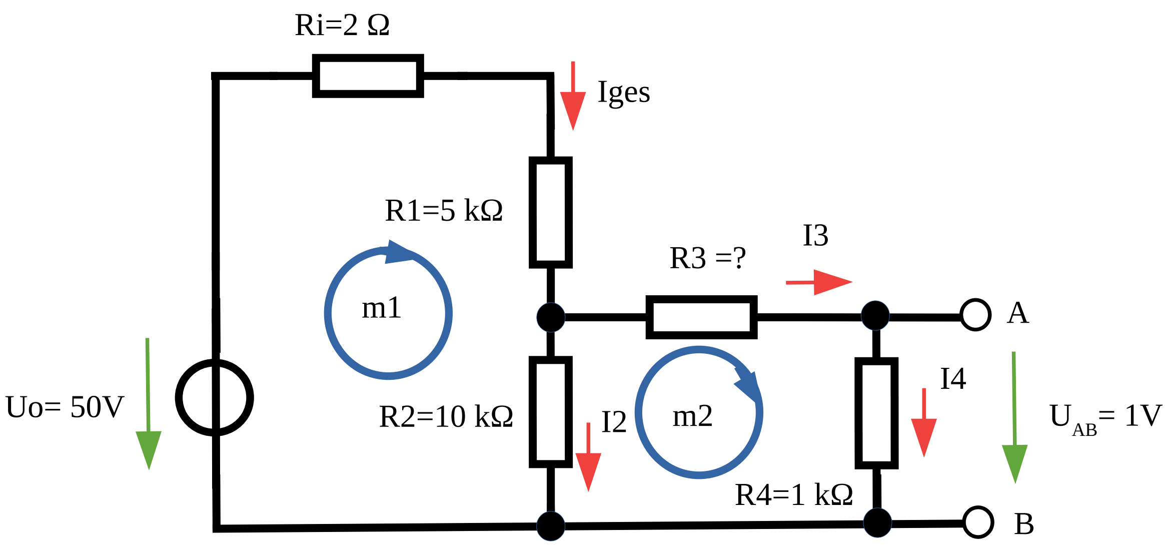
R3=29kΩ ;  Werte des Ersatzzweipols : Ri= 970,15Ω ; Uo=1V und Ik=1,03mA

Beispiel für einen möglichen Weg der R3 Bestimmung:

Schrittweise vorgehen:

1.) Alle Ströme einzeichnen und deren Richtungen festlegen und das System fest beibehalten bis zum Ende:

Es gilt: I3=I4,  da das Klemmenpaar A B nicht belastet wird:




2.) Ausgangslage und Vorbetrachtung zur  Lösung:
Es gibt nur 3 „echte“ Zweige und daher 3 voneinander verschiedene Ströme. Dafür brauchen wir 3 voneinander unabhängige Gleichungen um die Ströme herauszufinden. Unabhängig heisst, dass jeder Strom mindestens in einer Gleichung vorkommt. „Echte“ Knoten gibt es nur 2. Da die Klemmen AB unbelastet sind, sind die an R4 liegenden dargestellten Knoten keine Knoten im Kirchhoff‘schen Sinne und R3 und R4 bilden nur einen Zweig. Der zweite Zweig besteht aus R2 und der dritte und letzte besteht aus der Kette Uo, Ri und R1. Alle 3 Zweige verbinden die gleichen zwei Knoten, die sich an R2 befinden.

3.) Aufstellen der unabhängigen Gleichungen:

Es können Knoten und Maschengleichungen aufgestellt werden. Bei 2 Knoten (Knotenanzahl k=2) erhält man nur k-1 unabhängige Knotengleichungen. Die anderen beiden werden durch Maschengleichungen aufgestellt: Wir wählen mal m1 und m2 als Maschenumläufe. Wichtig ist, dass alle „echten“ Zweige mindestens einmal durchlaufen wurden von mindestens einer Masche um alle unbekannten Ströme zu beteiligen.

Maschengleichung m1: $U_0 = U_i + U_1 + U_2$ ( I )

Maschengleichung m2: $U_2 = U_3 + U_{AB}$ ( I I)

Jetzt m2 in m1 einsetzen, das eliminiert U2 und erhält U3,welches uns später zu R3 führen wird:

$$Uo = Ui + U1 + U3 + U_{AB} \qquad \text{(II) in (I)=(III)}$$

Etwas umordnen, so dass die gegebenen Spannungen auf eine Seite kommen:

$$U_0 - U_{AB} = U_i + U_1 + U_3 \qquad \text{(III)}$$

und mit Hilfe des ohmschen Gesetzes drücken wir die Spannungen mit R*I aus. Das bringt die gesuchten Zweigströme in die Maschengleichungen hinein:

$$U_0 - U_{AB} = (R_i + R_1) \cdot I_{ges} + R_3 \cdot I_4 \qquad \text{(III)}$$

Jetzt brauchen wir noch eine Gleichung die auch $I_{ges}$ und $I_4$ enthält, dann hätten wir zwei Gleichungen mit den gleichen zwei Unbekannten und könnten auflösen. Dazu bietet sich beispielsweise eine Anwendung der Stromteilerregel an:

Merksatz: Gesamtstrom verhält sich zum Teilstrom, wie der Ringwiderstand zum vom Teilstrom nicht durchflossenen Widerstand, also den jeweils anderen R:

Hier angewendet ergibt sich die Gleichung: $\frac{I_{ges}}{I_4} = \frac{R_2 + R_3 + R_4}{R_2}$ (IV)

Jetzt wird nach $I_{ges}$ umgestellt: $I_{ges} = \frac{R_2 + R_3 + R_4}{R_2} \cdot I_4$ (IV)

und das Ergebnis in die von den Maschengleichungen abstammende Gleichung eingesetzt:

$$Uo - U_{AB} = \frac{(R_i + R_1) \cdot I_4 \cdot (R_2 + R_3 + R_4)}{R_2} + R_3 \cdot I_4 \qquad \text{(IV) in (III) = (V)}$$

Das eliminiert $I_{ges}$ aus der Gleichung.

Umstellen nach der gesuchten Größe:

$$R_3 = \frac{\frac{Uo - U_{AB}}{I_4} - \frac{(R_2 + R_4) \cdot (R_1 + R_i)}{R_2}}{1 + \frac{(R_1 + R_i)}{R_2}} \qquad \text{(V)}$$

Weiterhin ist $I_4 = U_{ab} / R_4 = 1mA$.

Einsetzen der gegebenen Werte ergibt $R_3$=<u>29kΩ</u>

## A8 Helmholtz'scher Überlagerungssatz

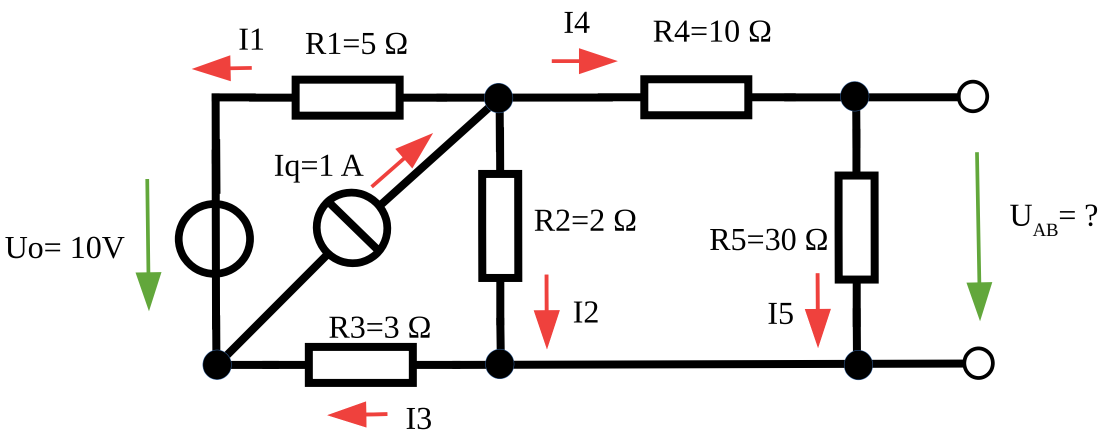
Der Ansatz von Helmholtz ist, dass bei mehreren Energiequellen im Netzwerk deren einzelne Beiträge anfänglich getrennt betrachtet werden. Das Gesamtergebnis für die letztendlich fliessenden Ströme erhält man durch die vorzeichenrichtige Addition dieser von den einzelnen Quellen verursachten Teilströme.

Ein Nachteil der Methode ist, dass pro Quelle einmal das ganze Netzwerk berechnet werden muss.

Der Vorteil besteht darin, dass durch nur ein aktive Quelle pro Netzwerkberechnung der einzelne Rechengang deutlich einfacher verläuft.

1.) Vorbereitung: Festlegen der Richtung aller Zweigströme:

Fliessen die Ströme am Ende in der anderen Richtung, merkt man das am negativen Vorzeichen des Ergebnisses. Wichtig ist, dass die anfänglich festgelegte Richtung bei allen Teilrechnungen strikt beibehalten wird:




Wir haben zwei Quellen und benötigen daher zwei Teilrechengänge: Die Reihenfolge der Rechnung ist prinzipiell egal.

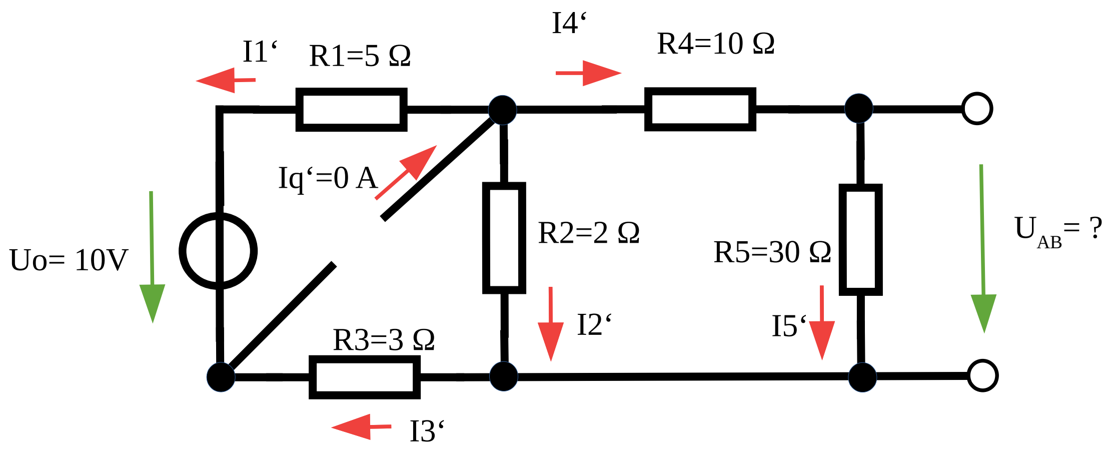
Beim ersten Rechengang lassen wir Uo =10V AN und schalten die Stromquelle Iq= 1A auf AUS.

Beim zweiten Rechengang schalten wir die Spannungsquelle Uo =10V AUS und lassen die Stromquelle Iq=1A AN.

Es empfiehlt sich eine eigene Schaltskizze pro Rechengang um den Überblick zu behalten.

Eine deaktivierte Spannungsquelle belässt 0 Ohm Innenwiderstand im Zweig, eine deaktivierte Stromquelle belässt einen unendlich hohen Innenwiderstand in ihrem Zweig. Letzteres entspricht einem unterbrochenen Zweig.

Erster Rechengang und zugehörige Skizze: Uo =10V AN Iq= AUS




Das Netzwerk zum 1. Rechengang besteht nur noch aus drei Zweigen und zwei echten Knoten und zwar die an R2.

Es lässt sich festhalten: $I_{ges}'=-I_1'=I_3'$ und $I_{ges}'=\frac{U_0}{R_{ges}'}$

mit $R_{ges}'=R_1+R_3+\frac{R_2\cdot(R_4+R_5)}{R_2+R_4+R_5}$

Werte einsetzen liefert : $R_{ges}'=5\,\Omega+3\,\Omega+\frac{2\,\Omega\cdot(10\,\Omega+30\,\Omega)}{42\,\Omega}=\underline{9{,}905\,\Omega}$

und $I_{ges}'=\frac{10\,V}{9{,}905\,\Omega}=\underline{1{,}0096\,A}=-I_1'=I_3'$

Mit der Anwendung der Stromteilerregel erhalten wir weiterhin :

$$I_5'=\frac{R_2}{R_2+R_4+R_5}\cdot I_{ges}'$$

Einsetzen der Werte liefert: $I_5'=\frac{2\,\Omega}{2\,\Omega+10\,\Omega+30\,\Omega}\cdot 1{,}0096\,A=\underline{48{,}077\,mA}=I_4'$

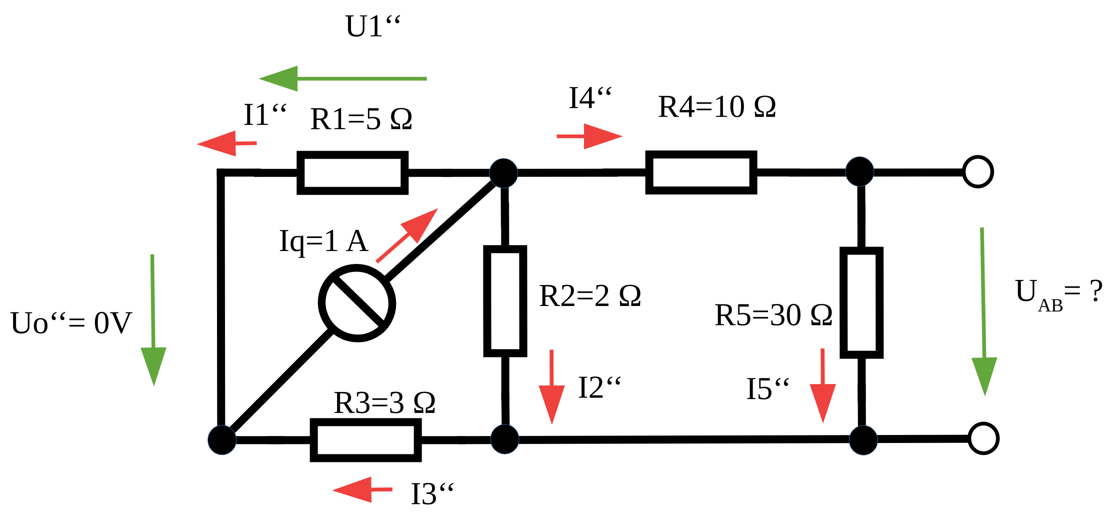
Es gilt weiterhin unter Beachtung des Knotenpunktsatzes: $I_2'=I_3'-I_5'$

Werte einsetzen: $I_2'=1{,}0096\,A-0{,}048077\,A=\underline{0{,}9615\,A}$

Nur der Vollständigkeithalber erwähnt, da dieser Strom zur Ermittlung von $U_{AB}$ nicht benötigt wird.

Damit ist der erste Rechengang beendet.

Zweiter Rechengang und zugehörige Skizze:  Iq= 1A =AN und Uo=AUS




Jetzt bietet sich das Ausrechnen der Spannung über der Stromquelle an:

$$U_q = U_1'' = R_{ges}'' \cdot I_q$$

R4 in Reihe mit R5 liegt parallel zu R2. Die drei zusammengefasst nennen wir mal R2345:

$$R_{2345}'' = \frac{R_2 \cdot (R_4 + R_5)}{R_2 + R_4 + R_5} + R_3 = \underline{4{,}905\,\Omega}$$

$$R_{ges}'' = \frac{R_{2345} \cdot R_1}{R_{2345} + R_1} = \underline{2{,}4759\,\Omega}$$

$$U_1'' = I_q \cdot R_{ges}'' = \underline{2{,}4759\,V}$$

Spannung über R1 ist damit bekannt, dann ist

$$I_1'' = \frac{U_1''}{R_1} = \underline{0{,}495\,A}$$

Der linke untere Knoten liefert uns die Gleichung:

$$I_3'' = I_q - I_1'' = \underline{0{,}505\,A}$$

Jetzt noch eine Stromteilerregel:

$$I_5'' = I_4'' = \frac{R_2}{R_2 + R_4 + R_5} \cdot I_3'' = \underline{24{,}048\,mA}$$

Ende des zweiten Rechenganges.

Alle 5 Ströme ergeben sich aus der  vorzeichenrichtigen Aufaddition der beiden Rechengänge.

Hier wird nur I5 benötigt:

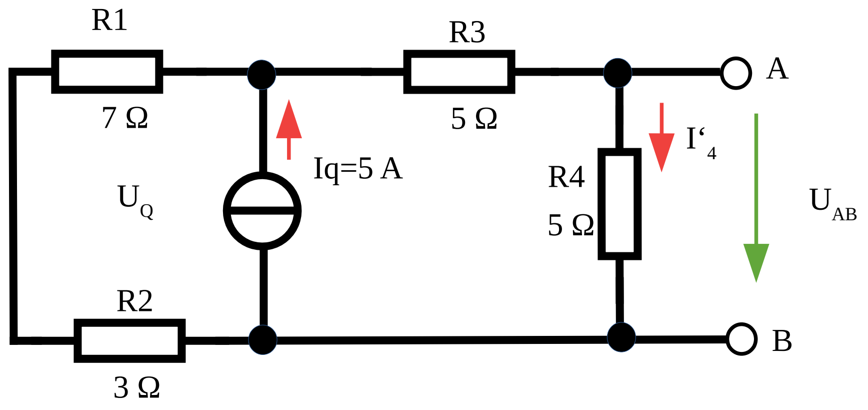
$$I_5 = I_5' + I_5'' = 48{,}077\,mA + 24{,}048\,mA = \underline{72{,}124\,mA}$$

Das Endergebnis ist dann: $U_{AB} = I_5 \cdot R_5 = \underline{2{,}164\,V}$

## A9 Helmholtz'scher Überlagerungssatz

Das ist die Klausuraufgabe 1 vom 28.01.2020

1. Teillösung für Zustand: $I_Q$ = AN; $U_O$= AUS



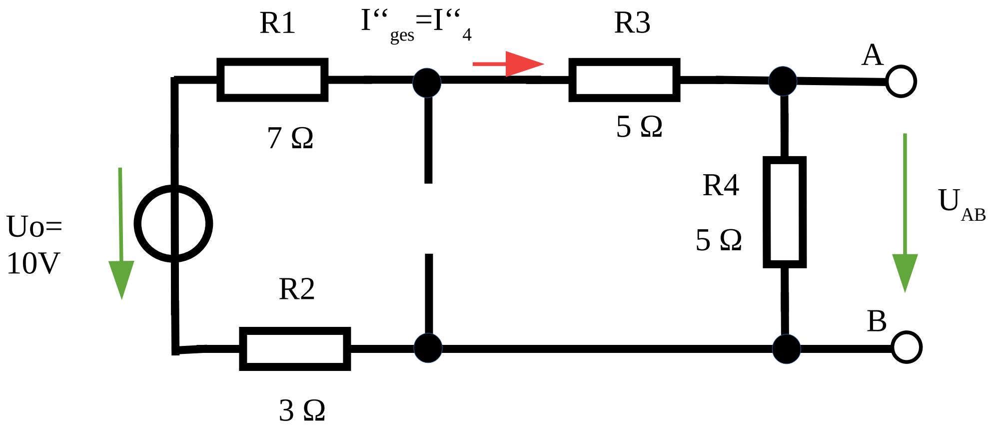

$R_1$ in Reihe mit $R_2$ ergibt 10Ω und $R_3$ in Reihe mit $R_4$ ergibt ebenfalls 10 Ω. Beide Zweige liegen parallel und zwei gleiche Widerstände in Parallelschaltung ergeben die Hälfte als Gesamtwiderstand:

$R_{ges}$= 5 Ω durch diese Überlegung.

Nächste Überlegung: die Zweigwiderstände sind beide gleich, daraus kann man folgern, dass die beiden Zweigströme gleich groß sind und somit gilt eine Aufteilung in zwei gleiche Teile: $I'_3=I'_4=I'_1=I'_2$= 2,5A

Wichtig für uns ist das Ergebnis für die erste Teillösung von: $I'_4$=<u>2,5A</u>

2.Teillösung für Zustand: $I_Q$ = AUS; $U_O$= AN




Jetzt fliesst nur ein Strom: $I''_4 = I_{ges} = U_O / R_{ges}$

Alle 4 Widerstände liegen in Reihe und addieren sich damit zu 20Ω. Das führt zu $I''_4$ = 10V / 20Ω

Ergebnis der zweiten Teillösung: $I''_4$ = 0,5A

Die Überlagerung der beiden Lösungen ergibt: $I_4 = I'_4 + I''_4$ =2,5A + 0,5A = <u>3A</u>

Mit diesem real fliessenden Strom lässt sich jetzt $U_{AB}$ berechnen:

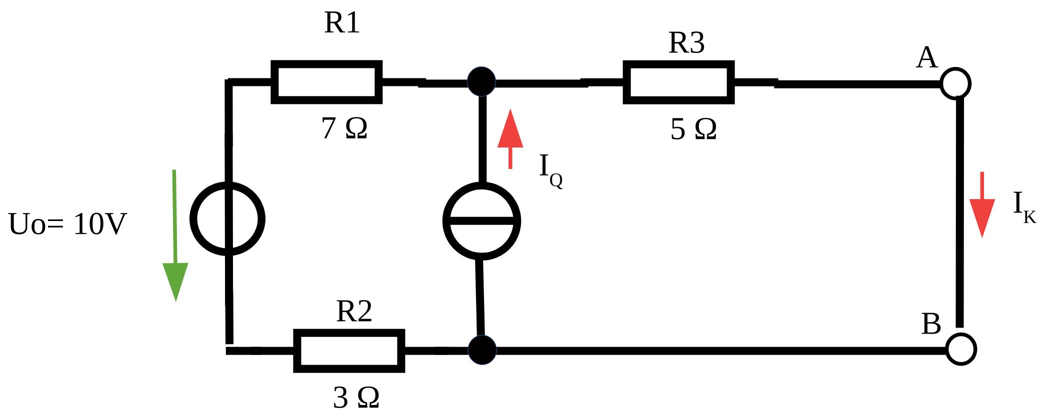
$$U_{AB}=I_4 \cdot R_4=\underline{15\,V}$$ (4 Punkte für Aufgabe 1a)

Gesucht ist jetzt das Ersatznetzwerk für die Klemmen A und B.

Die Leerlaufspannung entspricht der eben erlangten Lösung für $U_{AB}$ aus dem Aufgabenteil a).

Um das Klemmenverhalten vollständig nachzubilden fehlt uns jetzt noch der Zustand im Kurzschluss der Klemmen A und B.

Durch den Kurzschluss entfällt $R_4$,da er überbrückt wird. Gesucht ist der Strom von A nach B im Kurzschluss:




Wir machen wieder den Überlagerungsansatz:

1. Teillösung: $I_Q$ = AN und $U_O$= AUS.

Überlegung dazu: Der rechte Zweig hat 5Ω und der linke Zweig hat 10Ω. Damit verhalten sich die Ströme wie 2 zu 1. Der Quellstrom ist die Summe dieser beiden und besteht dann aus 2 und 1 Teil = 5A. Somit beträgt $I'_K$ zwei Drittel vom Quellstrom:

$$I'_K=2I_Q/3 = \underline{3{,}33A}$$

2. Teillösung: $I_Q$=AUS und $U_O$=AN.

Überlegung dazu: 10V treiben jetzt eine Reihenschaltung von insgesamt 15Ω.

Es gibt nur einen Strom in der Schaltung:

$$I''_K=U_O/R_{123} =10V / 15\Omega = \underline{0{,}66A}$$

Überlagerung der beiden Teillösungen ergibt:

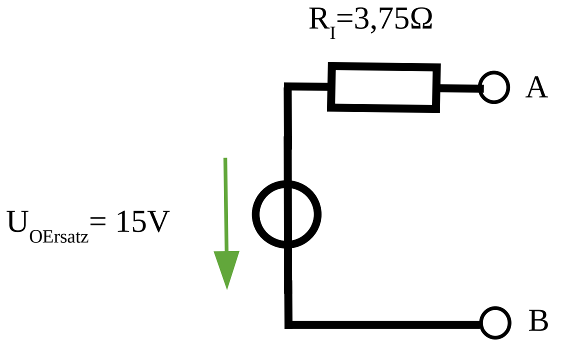
$$I_K =I'_K +I''_K= \underline{4A}$$

Hat man zwei Größen des Ersatznetzwerkes ergibt sich aus diesen beiden die fehlende Dritte:

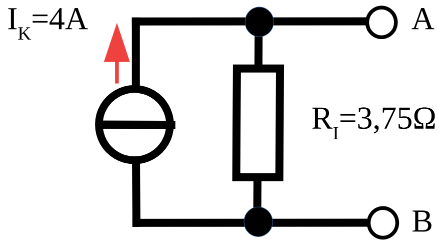
$$R_I= U_{OErsatz} / I_K= 15V/4A= \underline{3{,}75\Omega}$$

Skizze der Ersatzschaltungen:

1. Variante mit Spannungsquelle:




2.Variante mit Stromquelle:




Anmerkung dazu: Beide Schaltungen weisen an den Klemmen A und B das gleiche Verhalten auf wie die Gesamtschaltung dieser Aufgabenstellung, welche zu Beginn gegeben war. (4Punkte für 1b).

## A10 RC-Glied

Klausuraufgabe 2 vom 28.01.2020

Zuerst wird das Ʈ (Tau) errechnet:

Ʈ = RC = 10kΩ 100µF = 1s

Der zeitliche Verlauf des Stromes, wie hergeleitet in der ET1 Einführung, ist wie folgt:

$$i = \frac{U_0}{R} \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

Wir setzen die gegebenen Werte ein wobei der Batterieinnenwiderstand zu 0Ω angesetzt wird:

$$i = \frac{12\,V}{10\,k\Omega} \cdot e^{\frac{-t}{1s}} \quad ; \quad i = 1{,}2\,mA \cdot e^{\frac{-t}{1s}}$$

Es lassen sich jetzt als Hilfe zur Diagrammerstellung sagen wir 5 Wertepaare ausrechnen:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| i/mA | 1,2 | 0,44 | 0,16 | 0,06 | 0,02 | 0,008 |
| t/s | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

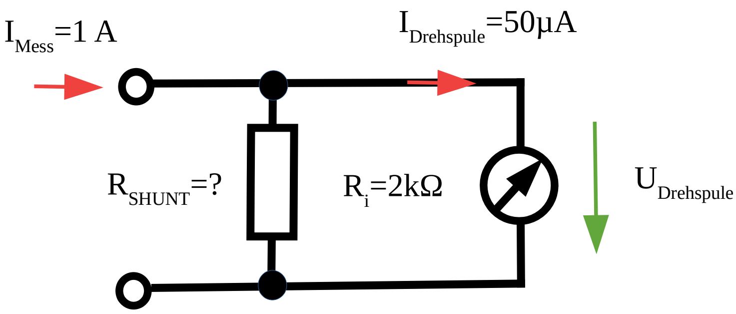
Damit lässt sich jetzt die Funktion i(t) gut aufzeichnen:

## A11 Ein Amperemeter

Gegeben: $R_i$=2kΩ; $I_{drehspule}$= 50µA bei Vollausschlag; ρ=0,442*$10^{-6}$ Ωm (aus der Einführung ET1)

Gesucht: Länge des Widerstandsdrahtes für $R_{SHUNT}$ für einen Messstrom von 1A.

Schaltskizze:




Rechengang: $U_{drehspule} = R_i \, I_{drehspule}$ = 100mV bei Vollausschlag des Zeigers.

Überlegung: dieser Wert der Spannung liegt auch über dem Shuntwiderstand an. Ein Ampere Messstrom entspricht 1000000µA. Daher kann man die 50µA Abzweigstrom durch die Drehspule gut vernachlässigen und zu 0 ansetzen für die Shuntbestimmung.

Ansatz: $I_{SHUNT} = I_{mess}$ dann gilt

$$R_{SHUNT} = \frac{U_{Drehspule}}{I_{Mess}} = \underline{0{,}1\,\Omega}$$

Dieser Widerstand soll jetzt mit dem 0,2mm Durchmesser Konstantandraht realisiert werden:

$$R_{SHUNT} = \frac{\varrho \cdot l}{A} \quad \text{wird umgestellt nach l:} \quad l = \frac{R_{SHUNT} \cdot A}{\varrho}$$

Der Querschnitt des Drahtes ist kreisförmig. Daraus folgt für die Querschnittsfläche:

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$$

Das wird eingesetzt in die Formel für die Länge:

$$l = \frac{R_{SHUNT} \cdot A \cdot \pi \cdot d^2}{\varrho \cdot 4}$$

Einsetzen der gegebenen Werte liefert: l=<u>7,1mm</u>